САМАРСКИЙ ПОЛИТЕХ
Опорный университет

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Самарский государственный технический университет»
(ФГБОУ ВО «СамГТУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Ректор ФГБОУ ВО «СамГТУ»,
д.т.н., профессор

____________ Д.Е. Быков

«25» ____________ 2021

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ В МАГИСТРАТУРУ

по направлению подготовки

01.04.02 Прикладная математика и информатика

код и наименование направления подготовки

образовательная программа подготовки

«Прикладная математика и информатика»

наименование образовательной программы подготовки

Самара 2020

ВВЕДЕНИЕ

Настоящая программа составлена на основе рекомендаций методического совета Института автоматики и информационных технологий Самарского государственного технического университета, охватывает материалы по основным разделам всех специальных и прикладных дисциплин учебного плана и включает типовые вопросы и задачи, отвечающие требованиям квалификационной характеристики бакалавра по направлению 010302 – Прикладная математика и информатика.

В ходе экзамена кандидат на зачисление в магистратуру должен показать знания:

– в области дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких переменных, теории числовых и функциональных рядов, методах теории функций комплексного переменного; аналитической геометрии и линейной алгебре; методах исследования основных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений математической физики; методов дискретной математики; методах теории вероятностей и математической статистики; методах решения задач оптимизации, теории игр и исследования операций; численных методах решения типовых математических задач и их применению при исследовании математических моделей;

– умения ориентироваться в теории алгоритмов и их применению, методах формальных языков, основных структурах данных, основах машинной графики, архитектурных особенностях современных ЭВМ;

– должен знать синтаксис, семантику и формальные способы описания языков программирования, конструкции распределённого и параллельного программирования, методы и основные этапы трансляции; способы и механизмы управления данными; принципы организации, состав и схемы работы операционных систем, принципы управления ресурсами, методы организации файловых систем, принципы построения сетевого взаимодействия, основные методы разработки программного обеспечения, основные модели данных и их организацию, принципы построения языков запросов и манипулирования данными, методы построения базы знаний и принципы построения экспертных систем.

В соответствии в решением Ученого совета института автоматики и информационных технологий вступительные испытания для зачисления в магистратуру проводятся в письменной форме и направлены на выявление уровня владения теоретическими основами разделов фундаментальной математики, прикладных задач математической статистики, теории дифференциальных уравнений и уравнений математической физики, методов вычислительной математики и математического моделирования, основ информатики и программирования, информационных технологий.

Вступительное задание состоит из двух теоретических вопросов и восьми задач из разных разделов, на него отводится до 2 часов.

Оценка уровня знаний абитуриентов осуществляется по 100-бальной системе.

Алгебра и аналитическая геометрия

1. Определители и их свойства.
2. Матрицы и действия над ними, ранг матрицы, его вычисление, обратная матрица.
3. Решение систем линейных уравнений (СЛУ): методом Гаусса, обратной матрицы; формулы Крамера, однородные и неоднородные СЛУ, теорема Кронекера – Капелли.
4. Векторная алгебра: скалярное, векторное, смешанное, двойное векторное произведение и их свойства.
5. Комплексные числа и действия над ними, формулы Эйлера.
6. Прямая на плоскости и в пространстве, плоскость в R^3 и их взаимное расположение.
7. Канонические уравнения кривых второго порядка и их графики: эллипс, гипербола, парабола.
8. Канонические уравнения поверхностей второго порядка в R^3.
9. Линейные пространства, евклидовы пространства, скалярное произведение.
10. Линейные операторы, действия над операторами. Обратный, сопряженный, самосопряженный операторы. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
11. Квадратичные формы и их приведение к каноническому виду.
12. Общая теория кривых и поверхностей второго порядка и их приведение к каноническому виду.

Математический анализ

1. Элементы теории множеств. Отображения.
2. Предел переменной величины (последовательности при $n \to \infty$, функции при $x \to x_0$ или $x \to \infty$). Свойства пределов.
3. Признак Коши существования предела.
4. Подпоследовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
5. Замечательные пределы.
6. Непрерывность отображения. Равномерная непрерывность функций.
7. Производная функции одного переменного. Дифференцируемость функции.
8. Основные теоремы дифференциального исчисления (Ферма, Роля, Лагранжа, Коши). Правило Лопиталя.
9. Производные высших порядков. Формула Тейлора. Разложения для основных функций
10. Первообразная и неопределенный интеграл. Методы интегрирования.
11. Определенный интеграл по Риману, по Лебегу. Несобственные интегралы.
12. Функция ограниченной вариации. Интеграл Стилтьеса.
13. Функции нескольких переменных. Экстремум функции нескольких переменных. Доказательство необходимого и достаточного условий экстремума.
14. Градиент, производная по направлению функции многих переменных. Условный экстремум.
15. Интеграл по мере множества. Двойной, тройной интегралы.
16. Замена переменных в кратном интеграле.
17. Векторные поля. Криволинейные и поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода.
18. Формулы Остроградского-Гаусса, Стокса. Потенциальные и соленоидальные поля.
19. Положительные числовые ряды. Признаки сходимости.
20. Знакочередующиеся числовые ряды. Абсолютная сходимость.
21. Функциональные ряды. Равномерная сходимость. Признаки равномерной сходимости функционального ряда. Степенные ряды.

22. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость по параметру. Признаки Вейерштрасса, Дини.
23. Ортогональные системы функций. Ряды Фурье. Уравнения замкнутости. Формула Парсеваля.

Обыкновенные дифференциальные уравнения

1. Понятия обыкновенных ДУ. Решение (интеграл) ДУ, частное решение, интегральная кривая. Задача Коши. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши.
2. Интегрируемые типы ДУ 1-го порядка, разрешенные относительно производной (с разделяющимися переменными, однородные, линейные, Бернулли, в полных дифференциалах). Понятие интегрального множителя.
3. Понятие особой точки ДУ. Типы особой точки.
4. Интегрируемые типы ДУ, не разрешенных относительно производной (уравнения Лагранжа и Клеро). Понятие особого решения.
5. ДУ высших порядков, допускающих понижение порядка. Основные способы понижения порядка.
6. Линейный дифференциальный оператор. Линейные ДУ. Структура общего решения линейного однородного ДУ. Линейно независимые решения, фундаментальная система решений ДУ. Структура общего решения линейного неоднородного ДУ.
7. Линейные ДУ с переменными коэффициентами (уравнения Эйлера, Лагранжа, Чебышева, Бесселя) и способы их интегрирования.
8. Нормальная форма системы ДУ 1-го порядка по Коши. Сведение системы ДУ к одному ДУ более высокого порядка. Понятие I интеграла системы ДУ.
9. Локальная устойчивость решения ДУ и устойчивость решений системы ДУ. Асимптотическая устойчивость.

Теория вероятностей и математическая статистика

1. Последовательность независимых испытаний. Формула Бернулли. Асимптотика Пуассона для формулы Бернулли.
2. Непрерывная случайная величина. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Плотность вероятности случайной величины и ее свойства.
3. Характеристики положения случайной величины: математическое ожидание и его свойства, мода, медиана.
4. Характеристики разброса случайной величины: дисперсия и ее свойства, среднее квадратичное отклонение.
5. Совместное распределение вероятностей двух случайных величин. Условные функции распределения.
6. Закон распределения функции одного случайного аргумента, периодической функции, функции, не имеющей обратной.
7. Эмпирическая функция распределения, гистограмма распределения.
8. Статистические критерии Пирсона и Колмогорова о соответствии эмпирического и теоретического распределений.
9. Статистические оценки параметров распределения. Состоятельность, несмещенность и эффективность оценок. Оценивание при помощи доверительного интервала.
10. Числовые характеристики случайного процесса. Свойства корреляционной функции. Взаимная корреляционная функция и ее свойства.
11. Спектральная теория стационарных случайных процессов. Свойства спектральной плотности. Взаимная спектральная плотность.

12. Основные законы распределения случайной величины: нормальный, показательный, гамма-распределение.

Теория функций комплексного переменного

1. Комплексные числа. Геометрическая интерпретация. Тригонометрическая, показательная, алгебраическая формы комплексного числа. Операции с комплексными числами.
2. Функция комплексного переменного. Аналитическая функция, условия Коши-Римана.
3. Геометрический смысл аргумента и модуля производной аналитической функции. Понятие конформного отображения. Примеры конформных отображений.
4. Интеграл от функции комплексного переменного. Интегральные теоремы Коши. Интегральная формула Коши.
5. Изолированные особые точки. Разложение функции комплексного переменного в ряд Лорана в окрестности особой точки. Типы особых точек. Понятие вычета функции комплексного переменного относительно особой точки. Приложение теории вычетов к вычислению интегралов.
6. Функция-оригинал. Преобразование по Лапласу. Решение дифференциальных уравнений с помощью преобразования Лапласа.
7. Свертка функций. Интегральные уравнения типа свертки.

Численные методы

1. Численные методы решения нелинейных уравнений. Сходимость метода итерации.
2. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Достаточные условия сходимости методов.
3. Интерполяция функций многочленами. Интерполяционные формулы Ньютона
4. Среднеквадратичное приближение. Метод наименьших квадратов.
5. Численные методы интегрирования. Оценка погрешности методов.
6. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Погрешности замены производных функции одной переменной через конечные разности. Разностные схемы для обыкновенных ДУ. Аппроксимация, устойчивость, сходимость.
7. Одномерные задачи механики деформируемого твердого тела. Вывод основных уравнений одномерных краевых задач, их матричная форма записи. Методы начальных параметров и прогонки, их погрешности. Аппроксимация граничных условий.
8. Конечноразностная аппроксимация производных от функций нескольких переменных.
9. Сеточные методы решения краевых задач в частных производных: метод сеток, метод коллокаций, метод наименьших квадратов.
10. Конечно-разностные схемы для уравнений теплопроводности, Лапласа и волнового уравнения. Сходимость, устойчивость и погрешность конечно-разностных схем, аппроксимация граничных условий.
11. Понятие о вариационных методах решения краевых задач в механике сплошных сред. Методы Ритца, Бубнова-Галеркина, обобщенные методы Ритца и Бубнова-Галеркина.
12. Метод конечных элементов. Основные типы конечных элементов в R^2 и R^3 , матрица жесткости для одного конечного элемента и системы конечных элементов.

Представление напряженно-деформируемого состояния через перемещение узлов конечного элемента, основные соотношения для треугольных конечных элементов в плоской задаче теории упругости. Аппроксимация перемещения и способы повышения ее порядка. Трехмерная задача: основные соотношения для тетраэдра. Вывод основных уравнений МКЭ в варианте метода перемещений. Решение МКЭ линейных и нелинейных задач теории упругости.

Методы оптимизации

1. Постановка задачи линейного программирования. Прямой симплекс-метод. Алгебра прямого симплекс-метода.
2. Двойственная задача линейного программирования. Двойственный симплекс-метод. Экономическая интерпретация исходной и двойственной задач. Анализ устойчивости двойственных оценок.
3. Транспортная задача. Построение опорного плана. Метод потенциалов.
4. Целочисленное программирование. Метод Гомори. Метод ветвей и границ.
5. Обобщение метода множителей Лагранжа. Условия Куна-Таккера.
6. Задача выпуклого программирования. Теорема Куна-Таккера.
7. Градиентные методы. Метод допустимых направлений.
8. Динамическое программирование. Признак оптимальности. Вывод рекуррентного соотношения Беллмана. Анализ чувствительности решений задач динамического программирования.

Уравнения математической физики

1. Классификация ДУ с двумя переменными. Характеристические кривые и характеристические уравнения.
2. Решение волнового уравнения методом характеристик.
3. Метод разделения переменных (метод Фурье) для уравнений свободных колебаний струны.
4. Постановка краевых задач для одномерного уравнения теплопроводности. Теорема о максимуме и минимуме для уравнения параболического типа.
5. Метод Фурье для решения задачи об охлаждении стержня через его границу.
6. Уравнения Лапласа и Пуассона, постановка краевых задач. Метод Фурье для решения краевых задач эллиптического типа.

Информатика

1. Понятие алгоритма и его свойства.
2. Средства записи алгоритмов. Пример.
3. Основные алгоритмические конструкции (следование, ветвление, выбор, цикл).
4. Структура и принципы организации ЭВМ.
5. Структура данных .(массивы, записи, объединения).
6. Способы организации данных (линейные, списки, стеки, деревья).
7. Алгоритмы сортировки.
8. Алгоритмы поиска.

Языки программирования и методы трансляции

1. Краткая характеристика языка программирования Паскаль.

2. Основные типы данных в Паскаль.
3. Управляющие конструкции языка Паскаль (ветвление, выбор, цикл).
4. Краткая характеристика языка программирования Си++.
5. Основные типы данных в Си++.
6. Управляющие конструкции языка Си++ (ветвление, выбор, цикл).
7. Технология процедурного (модульного) программирования.
8. Технология объектно-ориентированного программирования.
9. Технология визуального программирования.
10. Типы трансляторов. Основные фазы компиляции программы.

Прикладное и системное программирование

1. Информационные технологии для работы с текстовой информацией.
2. Табличные процессоры и их функциональные возможности.
3. Информационные технологии для работы с графической информацией.
4. Пакеты программ для математических расчётов и их возможности.
5. Основные функции операционной системы ПК и их реализация в ОС Windows.
6. Программная архитектура 32-битовых микропроцессоров Intel.
7. Сегментная организация памяти.
8. Страничная организация памяти в ОС Windows.
9. Структура языка ассемблера и его назначение.
10. Среда программирования VBA в MS Office и её возможности.
11. Машинные команды микропроцессоров Intel и их формат.
12. Организация файловых систем FAT-16, FAT-32 и NTFS.
13. Особенности операционной системы Linux.

База данных и экспертные системы

1. Функциональное назначение и типы баз данных.
2. Основные требования, предъявляемые к базам данных.
3. Функциональное назначение системы управления базой данных.
4. Структура реляционной базы данных.
5. Основные положения теории нормальных форм баз данных.
6. Язык запросов SQL. Оператор выбора.
7. Язык запросов SQL. Операторы модификации данных.
8. Технология разработки базы данных в СУБД MS Access.
9. Метод резолюции и алгоритм логического программирования.
10. Особенности программирования на языке ПРОЛОГ.
11. Специфика задач искусственного интеллекта и способы их решения.
12. Нечёткие множества и методы нечёткого вывода.
13. Основные принципы использования нейронных сетей.
14. Способы преобразования информации при шифровании.

Математические модели в механике сплошных сред

1. Принцип напряжений Коши, вектор напряжений напряжённого состояния в точке. Тензор напряжений. Уравнения равновесия сил и моментов. Девиатор и шаровой тензор напряжений.
2. Лагранжево и Эйлерово описание движения. Тензоры деформаций Коши и Грина. Главные деформации. Шаровой тензор и девиатор деформаций.
3. Закон сохранения массы. Уравнение неразрывности. Теорема об изменении количества движения. Уравнения движения. Уравнения равновесия.

4. Обобщенный закон Гука. Изотропные и анизотропные среды. Симметрия упругих свойств. Постановка краевых задач теории упругости. Уравнения несвязной задачи термоупругости.
5. Уравнения равновесия в полярной системе. Функция Эри. Упругое решение задачи о толстостенной трубе под действием внутреннего давления.
6. Идеализированные диаграммы пластического деформирования.
7. Модели вязкоупругого поведения (Максвелла, Фойхта, Кельвина). Теория линейной вязкоупругости, одномерные теории ползучести (установившейся ползучести, старения, течения, упрочнения).

Литература

1. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Н. Математический анализ. Учебн. В 2 частях. М.: изд-во МГУ, 2004.
2. Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. СПб.: Лань, 2009, 512 с.
3. Беклемишев Д.В. Дополнительные главы линейной алгебры. СПб: Лань, 2008. 496 с.
4. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. СПб: Лань, 2008. 432 с.
5. Фадеев Д.К., Фадеев В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. СПб: Лань, 2009. 736 с.
6. Васильева А.Б., Тихонов Н.А. Интегральные уравнения. СПб: Лань, 2009. 160 с.
7. Фихтенгольц Г.Н. Курс дифференциального исчисления (в трех томах). СПб: Лань, 2009. 2080 с.
8. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций. СПб: Лань, 2011. 464 с.
9. Демидович Б.Н., Марон И.А. Основы вычислительной математики. СПб: Лань, 2009. 672 с.
10. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: Наука, 2003.
11. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1971. 240 с.
12. Петровский И.Ю. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1970. 280 с.
13. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1982.331 с.
14. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики: Учеб. пособие. М.: Наука, 1977. 735 с.
15. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных: Учеб. псоб. М.: Наука, 1983. 424 с.
16. Бицадзе А.В. Уравнения математической физики: Учеб. пособие. М.: Наука, 1982. 336 с.
17. Владимиров В.С. Уравнения математической физики: Учеб. пособие. М.: Наука, 1981. 512 с.
18. Кошляков Н.С. и др. Уравнения в частных производных математической физики. Учеб. пособие. М.: Высш. шк, 1970. 710 с.
19. Понтрягин Л.С. и др. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1983. 392 с.
20. Гантмахер Ф.Р. Лекции по аналитической механике. М.: Физматгиз, 1960.
21. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Наука, 1979.
22. Тарг С.М. Кратчайший курс теоретической механики. М.: Высш. школа, 1963.
23. Мак-Коннел А.Дж. Введение в тензорный анализ. М.: Физматгиз,1963.
24. Мейз Дж. Теория и задачи механики сплошных сред. М.: Мир, 1974.
25. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 1–2. М.: Наука, 1970.
26. Работнов Ю.Р. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1979.
27. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.: Наука, 1975.
28. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966. 752 с.
29. Самарин Ю.П. Уравнения состояния материалов со сложными реологическими свойствами. Куйбышев: Куйбышевский госуниверситет, 1979. 84 с.
30. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Машиностроение. 1976.
31. Радченко В.П., Еремин Ю.А. Реологическое деформирование и разрушение материалов и элементов конструкций. М.: Машиностроение-1, 2004. 265 с.
32. Радченко В.П., Кичаев П.Е. Энергетическая концепция ползучести и виброползучести металлов. Самара: СамГТУ, 2011. 157 с.

33. Радченко В.П., Саушкин М.Н. Пзучесть и релаксация остаточных напряжений в упрочнённых конструкциях. М.: Машиностроение–1, 2005. 224 с.
34. Радченко В.П. Введение в механику деформируемых систем. Учебн. пособие. Самара: СамГТУ, 2009. 241 с.
35. Локощенко А.М. Моделирование процесса ползучести и длительной прочности металлов. М.: МГИУ, 2007. 264 с.
36. Локощенко А.М., Пушкарь Е.А. Основы теории ползучести. Учеб. пособие. М.: МГТУ, 2007. 132 с.
37. Никитенко А.Ф. Ползучесть и длительная прочность металлических материало. Новосибирск: НГАСУ, 1997. 278 с.
38. Сабитов К.Б. Уравнения математической физики. М.: Физматлит, 2013. 352 с.